

Данная работа открывает серию публикаций под общим названием «Библиотека программ «Виртуальный токамак» (грант РФФИ № 08-07-00182). Библиотека разрабатывается ведущими российскими учеными — специалистами в области управляемого термоядерного синтеза и математического моделирования процессов в установках токамак. Авторы статей являются разработчиками входящих в библиотеку программ. Описание структуры библиотеки, входящие в нее программы (.exe-файлы) и инструкции по работе с ними можно найти на сайте leader.ic.msu.su/~fusion. Возможны также консультации с разработчиками программы при помощи e-mail.

УДК 533.9: 519.688

ПРОГРАММА РАСЧЕТА МГД-РАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ DINA-SVD (МОДУЛЬ БИБЛИОТЕКИ ПРОГРАММ «ВИРТУАЛЬНЫЙ ТОКАМАК»)

Р.Р. Хайрутдинов (ТРИНИТИ), В.Э. Лукаш (РНЦ «Курчатовский институт»)

В статье описывается один из модулей библиотеки «Виртуальный токамак» — стандартная программа для расчета МГД-равновесия плазмы в токамаке DINA-SVD.

PROGRAM FOR SIMULATION OF TOKAMAK PLASMA MHD-EQUILIBRIUM DINA-SVD (MODULE OF PROGRAM LIBRARY «VIRTUAL TOKAMAK»). R.R. KHAYRUTDINOV, V.E. LUKASH. In the present paper the standard MHD equilibrium code DINA-SVD is described. This code is one of the modules of the library The Virtual Tokamak.

ВВЕДЕНИЕ

Модуль DINA-SVD в рамках библиотеки «Виртуальный токамак» предназначен для индивидуального расчета равновесной конфигурации плазмы токамака с безжелезным индуктором в заданных магнитных полях при условии прохождения границы плазмы через точки, фиксированные в плоскости полоидального сечения токамака. В этом модуле реализован метод определения равновесной конфигурации плазмы во внешних магнитных полях с использованием оптимизационной процедуры на основе метода SVD (Singular Value Decomposition [1]), который является одним из методов, используемых в плазмофизическом коде ДИНА [2] для определения начального равновесия плазмы при заданных значениях токов в катушках полоидального поля, а также полного тока в плазме и профиля его плотности. Решаемая с помощью модуля DINA-SVD задача имеет самостоятельное значение. Использование же этого модуля в рамках кода ДИНА позволяет получить начальные условия для задачи эволюции плазмы токамака со свободной границей во внешних магнитных полях и решения системы контурных уравнений для определения поведения токов в катушках активной и пассивной стабилизации плазмы и в проводящих элементах вакуумной камеры в процессе эволюции плазмы. В результате численной реализации метода определяются величины токов в катушках полоидального магнитного поля и соответствующая равновесная плазменная конфигурация. Кроме того, в качестве вспомогательных данных рассчитываются компоненты электромагнитных сил, а также величины максимальных магнитных полей, действующих на каждую из катушек.

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В модуле DINA-SVD реализована физическая модель, в основе которой лежит решение уравнения равновесия плазмы в осесимметричном представлении [3]

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \begin{cases} -2\pi\mu_0 R j_\phi \rightarrow (R, Z) \in S \\ -2\pi\mu_0 \sum_{i=1}^L R_i I_i \delta(R - R_i) \delta(Z - Z_i) \rightarrow (R, Z) \notin S, \end{cases} \quad (1)$$

которое связывает распределение давления плазмы $p(\Psi)$ и полоидального электрического тока $F(\Psi)$ с распределением полоидального магнитного потока $\Psi(R, Z)$ так, чтобы выполнялось условие для баланса сил в плазме, занимающей область S в полоидальном сечении. Здесь L обозначает полное число внеш-

них стационарных проводников с током I_i , расположенных в точках с координатами (R_i, Z_i) . Граничное условие для уравнения (1) ставится на границе расчетной области $\Gamma(R, Z)$, на которой задаётся $\Psi|_{\Gamma} = \Psi_0(R, Z)$, где $\Psi_0(R, Z)$ — функция, заданная внешними магнитными полями.

Плотность тороидального электрического тока в плазме j_{φ} выражается через функции $p(\Psi)$ и $F(\Psi)$ следующим образом:

$$j_{\varphi} = \left(2\pi R \frac{dp}{d\Psi} + \frac{\mu_0}{4\pi R} \frac{dF^2}{d\Psi} \right), \quad (2)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, а функции $\frac{dp}{d\Psi}$ и $\frac{dF}{d\Psi}$ представлены соответственно соотношениями

$$\frac{dp}{d\Psi} = -\alpha_0 \beta G(\Psi); \quad F \frac{dF}{d\Psi} = -2\alpha_0(1-\beta)G(\Psi), \quad (3)$$

в которых $G(\Psi) = \frac{\exp(\alpha(1-\rho^2)) - 1}{\exp(\alpha) - 1}$; $\rho^2 = \frac{\Psi - \Psi_b}{\Psi_a - \Psi_b}$. Здесь коэффициент β соответствует отношению га-

зокинетического давления плазмы к магнитному давлению, коэффициент α определяет пикированность профиля плотности тока, а α_0 является коэффициентом нормализации профиля плотности тока плазмы на его полную величину. Величины Ψ_a и Ψ_b определяют значения полоидального магнитного потока соответственно на магнитной оси плазмы и её границе.

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Задача расчёта равновесной конфигурации плазмы токамака в рассматриваемой постановке сводится к решению уравнения (1) совместно с определением величин токов I_i в катушках полоидальной магнитной системы при условии прохождения границы плазмы через фиксированные в пространстве точки. Такая задача является оптимизационной и сводится к минимизации функционала $F = \sum \delta f_k$, где

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta f_1 = \sum_{i=1}^{N_{pf}} \Psi_i^{j=1} I_i + \Psi_{pl}^{j=1} - \Psi_{sep} \\ \dots\dots\dots \\ \delta f_{N_{pb}} = \sum_{i=1}^{N_{pf}} \Psi_i^{j=N_{pb}} I_i + \Psi_{pl}^{j=N_{pb}} - \Psi_{sep} \\ \delta f_{N_{pb}+1} = I_{i=1} - I_{i=1}^* \\ \dots\dots\dots \\ \delta f_{N_{pb}+N_{pf}} = I_{i=N_{pf}} - I_{i=N_{pf}}^* \\ \delta f_{N_{pb}+N_{pf}+1} = \sum_{i=1}^{N_{pf}} \frac{\partial \Psi_i}{\partial R} I_i + \frac{\partial \Psi_{pl}}{\partial R} \\ \delta f_{N_{pb}+N_{pf}+2} = \sum_{i=1}^{N_{pf}} \frac{\partial \Psi_i}{\partial Z} I_i + \frac{\partial \Psi_{pl}}{\partial Z}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Здесь I^* — заданные значения токов в катушках полоидального магнитного поля; Ψ_i^j — полоидальный магнитный поток, создаваемый единичным током в полоидальной катушке i в заданной и принадлежащей границе плазмы точке j ; Ψ_{sep} — полоидальный магнитный поток на границе плазмы; N_{pf} — полное число полоидальных катушек; N_{pb} — полное число заданных точек на границе плазмы; Ψ_{pl}^j — полоидальный магнитный поток от плазмы в заданной точке j границы плазмы. Последние два соотношения в системе уравнений (4) соответствуют минимальному отклонению градиента полоидального магнитного потока в X -точке от нулевого значения. При этом предполагается, что ток в пассивной структуре равен нулю. Система уравнений (4) является переопределенной, т.е. такой, когда число уравнений в системе превышает число неизвестных. Данная задача является «задачей наилучшего приближения», которая имеет единственное решение в классе сделанных ограничений и решается численно методом SVD [1].

ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ МОДУЛЯ DINA-SVD

Модуль DINA-SVD представлен в виде исполнительного (exe) файла для ОС Microsoft Windows. Активизация этого файла запускает Windows Menu (см. рисунок), структура которого включает в себя визуализацию данных по двум категориям:

- исходные данные в виде таблиц;
- выходные данные в виде таблиц и графического материала.

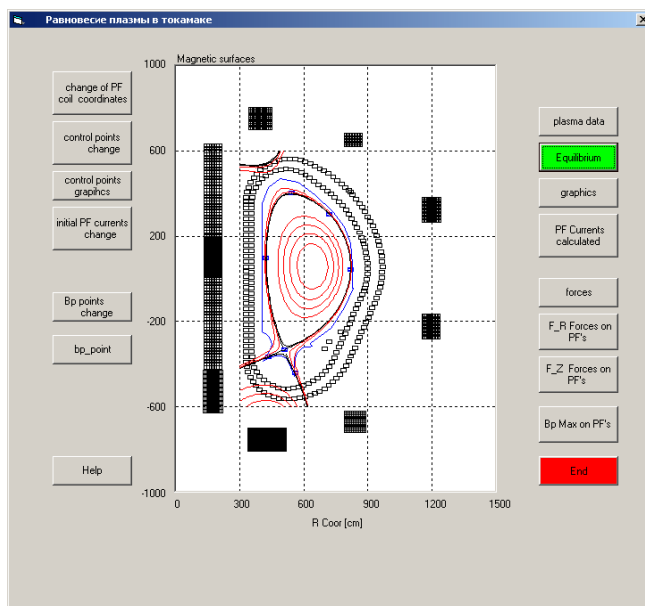
В рамках первой категории пользователь имеет возможность задавать координаты катушек полоидальной магнитной системы (change of PF coil coordinates), изменять координаты контрольных точек границы плазмы (control points change) с возможностью графического контроля их положения (control points graphics), задавать профиль плотности плазменного тока (plasma data), исходные величины токов в катушках полоидального магнитного поля (initial PF currents change), а также координаты произвольной точки, в которой рассчитываются компоненты полоидального магнитного поля (B_p points change).

В качестве выходных данных модуль обеспечивает следующую полученную в результате расчета информацию:

- равновесная плазменная конфигурация (Equilibrium);
- компоненты электромагнитной силы, действующей на катушки полоидального магнитного поля (PF) (F_R Forces on PF's и F_Z Forces on PF's);
- максимальные величины полоидального магнитного поля, действующего на катушки PF (B_p Max on PF's);
- компоненты магнитного поля в произвольно выбранной точке (bp_point);
- end — выход из модуля.

Windows Menu имеет развитую структуру Help. В качестве примера на рисунке показан результат расчёта с помощью модуля DINA-SVD равновесия плазмы токамака ИТЭР в операционной точке начала горения.

Более подробные инструкции по работе с программой, а также ее .exe-file можно найти на интернет-сайте leader.ic.msu.su/~fusion. Возможны также консультации с разработчиками программы при помощи e-mail.



Пример расчета с помощью модуля DINA-SVD равновесия плазмы токамака ИТЭР

Работа поддержана грантом РФФИ № 08-07-00182

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Demmel W. Applied Numerical Linear Algebra. — Philadelphia: SIAM, 1997.
2. Khayrutdinov R.R., Lukash V.E. Studies of plasma equilibrium and transport in a tokamak fusion device with the inverse-variable technique. — J. Comput. Physics, 1993, vol. 109, p. 193—201.
3. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. — М.: Наука, 1982.

Статья поступила в редакцию 21 мая 2008 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Термоядерный синтез, 2008, вып. 3, с. 87—89.