

Данная работа продолжает серию публикаций под общим названием *БИБЛИОТЕКА ПРОГРАММ «ВИРТУАЛЬНЫЙ ТОКАМАК»* (грант РФФИ № 08-07-00182). Авторы статей являются разработчиками входящих в библиотеку программ. Описание структуры библиотеки, входящих в нее программ и инструкции по работе с ними можно найти на сайте [leader.ic.msu.su/~fusion](http://leader.ic.msu.su/~fusion). Возможны также консультации с авторами при помощи e-mail.

УДК 533.9: 519.688

## **КОД ДЛЯ РАСЧЕТА МГД-РАВНОВЕСИЯ ТОКАМЕQ (МОДУЛЬ БИБЛИОТЕКИ ПРОГРАММ «ВИРТУАЛЬНЫЙ ТОКАМАК»)**

*Д.Ю. Сычугов (МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК)*

В статье приводится краткое описание стандартного кода ТОКАМЕQ (ТОКАМаQ Equilibrium) для расчета МГД-равновесия плазменного шнура в установках токамак. Данный код является одним из модулей библиотеки «Виртуальный Токамак».

Ключевые слова: библиотека стандартных программ, Токамак, МГД-равновесие  
THE CODE TOKAMEQ FOR SIMULATION MHD-EQUILIBRIUM (THE MODULE OF PROGRAM LIBRARY THE VIRTUAL TOKAMAK). D.Yu. SYCHUGOV. In the present paper the standard MHD equilibrium code TOKAMEQ (ТОКАМаQ Equilibrium) is described. This code is one of the modules of the library The Virtual Tokamak.

Key words: the Library of standard codes, Tokamak, MHD equilibrium.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Код ТОКАМЕQ [2] представляет собой высокоэффективный код, ориентированный на физиков, проектировщиков, экспериментаторов и инженеров, работающих над проблемой УТС на основе установок токамак. Он обладает:

- высокими скоростными характеристиками (время расчета типичного варианта равновесия на ПЭВМ с процессором Intel Pentium IV (2200 МГц) составляет 2—5 с);
- высокоэффективным текстово-графическим редактором данных, позволяющим вести проектирование установки и интерпретацию эксперимента в интерактивном режиме;
- встроенными средствами визуализации;
- удобным интерфейсом пользователя;
- средствами обмена информацией с другими кодами;
- средствами самодокументации (помощь и встроенные описания кода и инструкции по его эксплуатации).
- средствами поддержки диалога на русском и английском языках.

Для программной поддержки кода не требуется никаких специальных программных средств. Операционной средой для работы с описываемой версией кода является MSWindows.

Данный код неоднократно применялся для разработки проектов установок токамак и для интерпретации результатов эксперимента [3—5]. С его помощью возможно как решение прямой задачи равновесия, так и квазиобратной задачи, т.е. расчет МГД-равновесия с заданными геометрическими характеристиками шнура. Последнее обстоятельство делает особенно удобным применение кода при решении задач проектирования.

В данной работе приводится описание версии кода 21.8.

### **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАВНОВЕСИЯ**

Постановка задачи включает в себя двумерное уравнение Грэда—Шафранова [1] в неограниченной области, с условиями регулярности на главной оси тора и на бесконечности.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{r} \Delta^* \psi = \gamma \begin{cases} j_\phi(\psi, r) & \text{при } \psi > \psi_p \text{ (внутри плазмы);} \\ \sum_{k=1}^N I_k \delta(r - r_k, z - z_k), & \text{при } \psi < \psi_p \text{ (вне плазмы);} \end{cases} \\ \psi(0, z) = 0; \\ \lim_{r, z \rightarrow \infty} \psi(r, z) = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь  $\Delta^* \equiv r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$ ;  $\gamma = 0,8 \cdot \pi^2$  — размерный множитель, при котором расстояние измеряется в метрах, ток в МА, магнитное поле в Тл, магнитный поток в В·с (веберах);  $(r, \phi, z)$  — система цилиндрических координат с осью  $z$ , направленной вдоль главной оси тора;  $\psi$  — величина полоидального магнитного потока; компоненты полоидального магнитного поля выражаются через функцию  $\psi$  следующим образом:

$$B_r = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial r};$$

$r_k, z_k, I_k$  — координаты внешних проводников с током и величины токов (проводники могут считаться как бесконечно тонкими, так и имеющими конечные размеры);  $\psi_p$  — значение магнитного потока на границе плазмы. Сама граница плазмы изначально неизвестна и находится в процессе вычислений.

Функция распределения плазменного тока предполагается заданной в виде

$$j_\phi(r, \psi - \psi_p) = r \frac{dp}{d\psi} + I(\psi - \psi_p) I'(\psi - \psi_p) / r \equiv \lambda \beta r (\psi - \psi_p)^{\gamma_1} + (1 - \beta) \frac{\hat{R}^2}{r} (\psi - \psi_p)^{\gamma_2} \equiv \lambda f(r, \psi - \psi_p), \quad (2)$$

где  $\beta$  — «бета токовая»;  $\hat{R}^2 = \frac{\iint_{\Omega_p} r dr dz}{\iint_{\Omega_p} \frac{dr dz}{r}}$  — среднее по шнуру значение  $r^2$ ;  $\gamma_1, \gamma_2$  — показатели распределения плотности тока;  $f(r, \psi - \psi_p)$  — краткая запись выражения в фигурных скобках;  $p(\psi)$  — распределение давления по магнитным поверхностям;  $I(\psi)$  — полоидальный ток; множитель  $\lambda$  вычисляется в ходе решения, исходя из заданной наперед величины полного тока по сечению шнура  $I_{pl}$ :

$$\lambda \iint_{\Omega_p} f(r, \psi - \psi_p) dr dz = I_{pl}. \quad (3)$$

Рассматриваются два варианта постановки задачи (1).

**Постановка прямой задачи.** Цель задачи — при заданных  $r_k, z_k, I_k, \psi_p$  и параметрах, описывающих  $j_\phi(r, \psi)$ , найти распределение магнитных поверхностей плазменного шнура. Очевидно, что решение существует не для всех заданных параметров.

**Постановка квазиобратной задачи.** Пусть равновесное состояние плазменного шнура описывается большим радиусом  $R_{pl}$ , малым радиусом  $a_{pl}$ ,  $z$  — координатой магнитной оси  $z_{pl}$ , эллиптичностью  $\epsilon$ . Тогда постановка квазиобратной задачи равновесия будет иметь следующий вид: для заданных значений координат полоидальных токов  $r_k, z_k$  и параметров, описывающих  $j_\phi(r, \psi)$ , найти величины полоидальных токов  $I_k$ , так чтобы плазма имела требуемые значения  $R_{pl}, a_{pl}, z_{pl}, \epsilon$ . Будем называть такую задачу квазиобратной, так как ищется равновесие лишь с небольшим числом заданных параметров.

### ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Перед началом расчета необходимо задать:

- величину удерживающих токов при помощи графического или/и текстового редакторов;
- границы счетной области, предположительно содержащей в себе плазменный шнур и не содержащей внешних токов (аналогично);

— начальное приближение потока  $\psi$  при помощи аналитической формулы либо считать из файла данные уже рассчитанного ранее МГД-равновесия.

Численный метод решения задачи (1) основан на вложенном тройном цикле.

Для вычисления значений плотности плазменного тока и магнитного потока внутри счетной области требуется знать магнитный поток на ее границе. Предполагается, что счетная область представляет собой прямоугольник со сторонами, параллельными осям  $r$  и  $z$ .

В ходе вычислений магнитный поток ищется в виде суммы потоков, создаваемых плазмой и внешними проводниками.

Для нахождения в начале каждой внешней итерации по  $j$  магнитного потока на границе счетной области  $\Omega$  применяется формула, следующая из (1):

$$\psi^{j+1}(r, z) \Big|_{\partial\Omega} = \gamma \sum_{k=1}^N I_k^j G(r, z, r_k, z_k) + \lambda^j \gamma \iint_{\Omega_p} G(r, z, r_p, z_p) f_\phi(r, \psi^j - \psi_p) dS_p, \quad (4)$$

где функция  $G(r, z, r_p, z_p)$  — поток в точке  $(r, z)$  от кольцевого тока, расположенного в точке  $(r_k, z_k)$  или, иными словами, функция источника для оператора  $\Delta^*$ .

Формула (4) позволяет преобразовать задачу для неограниченной области (1) к задаче внутри счетной области:

$$\begin{cases} \Delta^* \psi^{j,n+1} = \lambda^{j,n+1} \gamma \begin{cases} f(r, \psi^{j,n} - \psi_p), & \psi^{j,n} > \psi_p \\ 0, & \psi^{j,n} < \psi_p \end{cases} \\ \psi(r, z)^{j,n+1} \Big|_{\partial\Omega} = \psi^{j,1} \Big|_{\partial\Omega}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $n$  — номер итерации среднего уровня. Множитель  $\lambda^{j,n+1}$  вычисляется из условия нормировки на полный ток плазмы (3).

Во внутреннем цикле методом переменных направлений решается уравнение Пуассона с фиксированной правой частью и граничными условиями.

В случае квазиобратной задачи в цикле среднего уровня корректируются величины внешних токов при помощи обратных связей. Алгоритм включения обратных связей приведен в описании модуля ТОКАМЕQ, размещенном на сайте [leader.ic.msu.ru/~fusion](http://leader.ic.msu.ru/~fusion). В программе изначально уже заданы некоторые значения параметров обратной связи, подобранные для конкретной установки. Однако в ходе работы при изменении параметров проектируемой установки может потребоваться их корректировка.

## КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МОДУЛЯ ТОКАМЕQ

При запуске исполняемого файла ТОКАМЕQ.EXE после титульной страницы открывается главная страница, выполненная в виде меню (рис.1). Отсюда пользователь может перейти в режимы редактирования данных, проведения вычислений, чтения/записи результатов расчета, а также в графический редактор и раздел визуализации результатов вычислений. Возможна смена языка с русского на английский и наоборот.

Результаты вычислений можно сохранять в файлы для последующего использования в других программах (запись в файлы типа .txt) или продолжения серии расчетов (запись/чтение в файлы типа .unf). После загрузки данных из сохраненного ранее файла типа .unf пользователь может продолжить работу, законченную в момент записи этого файла. Смешивание типов файлов не допускается.

Числовой редактор данных запускается с помощью директивы «просмотреть и изменить входные данные». Редактор выполнен в виде двух рабочих страниц:

- редактирование всех данных, кроме характеристик внешних проводников;
- редактирование характеристик внешних проводников. На этой странице, помимо редактирования, возможен запуск подпрограмм для расчета коэффициентов само- и взаимной индукции между токами и плазмой (при вычисленном МГД-равновесии). Данные коэффициенты считаются в микроГенри [мкГн].

Графический редактор данных запускается с помощью директивы «нарисовать общий вид счетной области» (рис. 2). В графическом режиме возможны следующие действия с внешними проводниками:

- их перемещение;
- их удаление или, наоборот, включение в схему новых проводников;
- изменение величины тока, текущего по проводникам.

Кроме того, в графическом режиме возможно изменение границ счетной области.

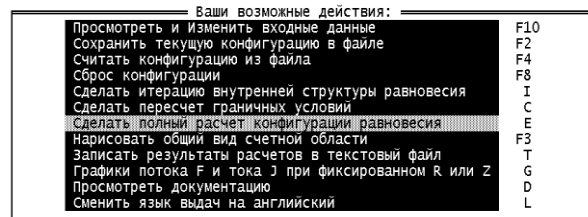
Для просмотра полей в сечении плазменного шнура возможно построение графиков зависимости плазменного тока  $j_{\phi}(r, z)$  и магнитного потока  $\psi(r, z)$  от координаты  $r$  при фиксированном значении  $z$  (либо наоборот).

Модуль ТОКАМЕQ обладает встроенной подсистемой вызова документации и подсказок. Более подробное описание модуля и инструкции по работе с ним размещены на сайте [http:// leader.ic.msu.su/~fusion](http://leader.ic.msu.su/~fusion). Возможны консультации с разработчиками программы по электронной почте.

Работа поддержана грантом РФФИ № 08-07-00182

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **Шафранов В.Д.** Равновесие плазмы в магнитном поле. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Т. 2. — М.: Госатомиздат, 1963. 92 с.
2. **Вознесенский В.А., Гасилов Н.А., Днестровский Ю.Н., Кузнецов А.Б., Сычугов Д.Ю., Цаун С.В.** ТОКАМЕQ — код для расчета равновесия плазмы в Токамаке. — М.: РНЦ «Курчатовский институт», 2001.
3. **Какурин А.М., Леонов В.М., Ноткин Г.Е., Хвостенко П.П., Цаун С.В., Бондарчук Э.Н., Васильев В.И., Минеев А.Б., Максимова И.И., Амелин В.В., Гасилов Н.А., Сычугов Д.Ю.** Основные сценарии разряда токамака Т-15М. — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2005, вып. 4, с. 53.
4. **Wilson H.R., Voss G.M., Akers R.J., Appel L., Christiansen J.P., Dnestrovskij A., Keating O., Hender T.C., Hole M.J., Huysmans G., Kirk A., Knight P.J., Loughlin M., McClemens K.G., O'Brien M.R., Sychugov D.Yu., M.Valovic.** The physics basis of a spherical tokamak components test facility. — In: 31st EPS Conf. on Plasma Physics. London, 28 June — 2 July ECA, 2004, vol. **28G**, P-4.196.
5. **Dnestrovskij A., Voss G., Sychugov D., Lukash V., Khayrutdinov R.** Non-inductive current ramp up scenario and steady state regime optimization for component test facility. — In: 34st EPS Conf. on Plasma Phys. Warsaw, 2007, P-1.101.



iter (C)(I)	delta	Bet	Magn. axis R	Z	Rmin	Rmax	Zmin	Zmax	E1on	Fbnd	Separ	Fmax
2 17	0.0283	0.10	1.5851	0.1363	1.0406	2.0767	-0.6319	0.8306	1.4598	0.0000	-0.2900	2.4668
2 18	0.0290	0.10	1.5837	0.1363	1.0403	2.0747	-0.6304	0.8790	1.4592	0.0000	-0.2918	2.4657
2 19	0.0291	0.10	1.5830	0.1362	1.0403	2.0736	-0.6294	0.8776	1.4585	0.0000	-0.2931	2.4649

Рис 1: Основная рабочая страница

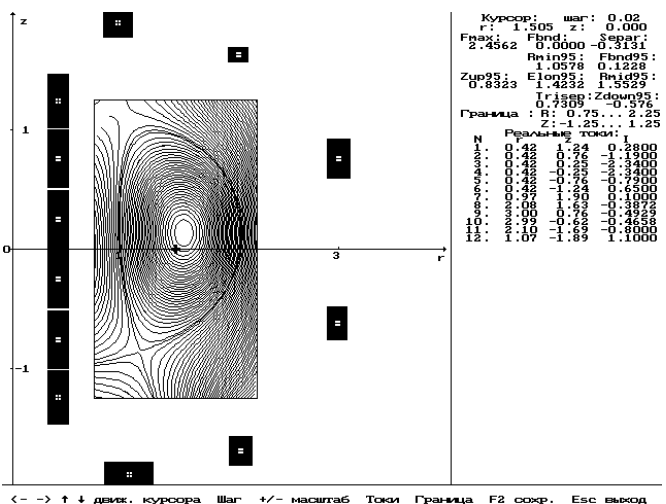


Рис. 2. Графический редактор

Статья поступила в редакцию 3 июня 2008 г. Вопросы атомной науки и техники.

