

УДК 533.9.08, 621.039.6, 533.9:51-73

## РАСЧЁТНЫЙ КОД «ТОКСЦЕН» МОДЕЛИРОВАНИЯ СЦЕНАРИЯ РАЗРЯДА В ТОКАМАКЕ (МОДУЛЬ БИБЛИОТЕКИ «ВИРТУАЛЬНЫЙ ТОКАМАК»)

*А.Д. Садыков<sup>1</sup>, Г.В. Шаповалов<sup>1</sup>, Б.Ж. Чектыбаев<sup>1</sup>, Д.Ю. Сычугов<sup>2</sup>, Н.А. Гасилов<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Институт атомной энергии РГП НЯЦ РК, Курчатов, Казахстан*

<sup>2</sup>*МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

<sup>3</sup>*Университет Башкент, Анкара, Турция*

В статье приведено описание кода ТОКСЦЕН (ТОКАМАК SCENario) для моделирования сценария разряда в плазме в установках токамак. Моделирование основано на численном решении двумерного уравнения равновесия плазмы в магнитном поле внешних токов в каждый момент времени и уравнения цепей для наведенных вихревых токов для каждого временного шага. Код обладает модулем, позволяющим в каждый момент времени рассчитывать вертикальную неустойчивость плазмы.

**Ключевые слова:** токамак, эволюция плазмы, численное моделирование.

## NUMERICAL CODE «ТОКСЦЕН» FOR MODELLING PLASMA DISCHARGE SCENARIO IN TOKAMAK (MODULE OF PROGRAM LIBRARY «VIRTUAL TOKAMAK»)

*A.D. Sadykov<sup>1</sup>, G.V. Shapovalov<sup>1</sup>, B.Zh. Chektybaev<sup>1</sup>, D.Yu. Sychugov<sup>2</sup>, N.A. Gasilov<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of Atomic Energy of NNC RK, Kurchatov, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

<sup>3</sup>*Baskent University, Ankara, Turkey*

The description of the code TOKSCEN (TOKamak SCENario) for modeling discharge scenario of plasma in tokamak has been shown in the article. The modeling bases on numerical solving of the two-dimensional equation of plasma equilibrium and circuit equations for eddy currents for every time step. One of the modules of the code provides calculations of the plasma vertical instability in all moments of scenario.

**Key words:** tokamak, discharge scenario of plasma, numerical modeling.

### ВВЕДЕНИЕ

Планирование кампаний на токамаках — это сложная, многопараметрическая задача. Так, например, на токамаке КТМ (Республика Казахстан) во время пусков необходимо будет задавать более 10 управляющих воздействий. В основном это токи в полоидальных обмотках, которые необходимы для управления положением плазмы и поддержания тока в ней. Однако, помимо токов в управляющих обмотках, на начальной стадии разряда на равновесие плазмы существенное влияние оказывают также и токи, наведённые на элементах конструкции вакуумной камеры (оболочка вакуумной камеры, пассивные витки, дивертор и др.). Следовательно, для корректного моделирования начальной стадии сценария разряда в установках токамак токи, наведенные на элементах конструкции, приходится учитывать также и в расчетах.

В данной работе описывается численный код ТОКСЦЕН (ТОКАМАК SCENario), предназначенный для расчёта МГД-равновесия плазмы в токамаке в каждый момент разряда, с учётом наведенных на элементах конструкции токов. В качестве модуля для решения уравнения МГД-равновесия плазмы на каждом временном шаге был выбран код TokameqQt, который является улучшенной версией кода ТОКАМЕQ [1—2], неоднократно применявшегося ранее для моделирования МГД-процессов на КТМ [3—6]. Для реализации расчёта эволюции введён временной цикл и созданы модули для определения касания плазмой стенки и расчёта наведенных токов на пассивных элементах. Распределение тока в плазме и сам ток плазмы задаются пользователем, т.е. уравнения транспорта плазмы не решаются. Существенной особенностью кода ТОКСЦЕН является наличие в нём встроенного блока, позволяющего в каждый заданный момент времени разряда рассчитывать вертикальную неустойчивость плазмы. Данный блок представляет собой модернизированную (оптимизированную по времени расчёта) версию кода ТОКСТАВ [8], также неоднократно применявшегося ранее при анализе сценариев разряда в установках

токамак [4, 9, 10]. Таким образом, хотя текущая версия кода ТОКСЦЕН и уступает по спектру своих возможностей таким известным кодам, как DINA [11, 12], она, тем не менее, благодаря высокой скорости вычислений позволяет оперативно проводить первичную оптимизацию сценариев разряда и отбрасывать заведомо неприемлемые варианты (например, нереализуемые ввиду большого инкремента вертикальной неустойчивости плазмы).

Численный код ТОКСЦЕН включен в библиотеку «Виртуальный токамак», как один из её блоков (модулей). Подробные инструкции по работе с данным блоком, а также с другими модулями, составляющими основу библиотеки, представлены в работах [1, 8, 13—16]. Описание структуры библиотеки, входящих в неё программ и инструкции по работе с ними можно найти на сайте [leader.ic.msu.su/~fusion](http://leader.ic.msu.su/~fusion). Возможны также консультации с авторами при помощи e-mail.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОПИСАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

**Расчёт эволюции плазмы.** Расчёт эволюции плазмы можно разделить на две задачи:

- расчёт квазистационарного равновесия плазмы на каждом временном шаге;
- временной цикл, где при переходе на следующий шаг по времени производится расчёт эффектов, связанных с динамикой процессов в токамаке.

Расчёт квазистационарного равновесия плазмы входит во временной цикл в качестве одной из функций. Описание решения задачи равновесия плазмы приведено в [1, 2].

В ходе выполнения временного цикла производятся вызовы расчёта квазистационарного равновесия для каждого шага по времени и функции перехода на следующий шаг по времени.

При переходе на следующий шаг расчёта по времени производится пересчёт начальных параметров (поток от внешних токов, положение плазмы и др.) для расчёта равновесия, вычисляются токи, наведённые на пассивных элементах.

Все приведённые уравнения, а также входные и выходные данные в коде ТОКСЦЕН соответствуют следующей системе физических единиц: расстояние — метр (м), время — секунда (с), масса — килограмм (кг), сила тока — мегаАмпер (МА), электрическое сопротивление — Ом (Ом), магнитный поток — Вебер (В·с), индукция магнитного поля — Тесла (Тл), коэффициенты индукции — микроГенри (мкГн).

Токи, наведенные на пассивных элементах, определяются в результате решения уравнений Кирхгофа

$$\mathbf{L} \frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{R}\mathbf{I} = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{L}$  — матрица индуктивностей (положительно определенная и симметричная);  $\mathbf{I}$  — вектор токов в пассивных элементах;  $\mathbf{R}$  — диагональная матрица сопротивлений;  $\Psi$  — вектор суммарного потока от плазмы и внешних токов.

В ходе преобразований (1) получим

$$\mathbf{I}_{k+1} = (\mathbf{E} + \mathbf{L}^{-1} \mathbf{R} \Delta t)^{-1} (\mathbf{I}_k - \mathbf{L}^{-1} \frac{\partial \Psi_k}{\partial t} \Delta t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{I}_{k+1}$  — вектор токов на шаге (k+1);  $\mathbf{I}_k$  — вектор токов на шаге k;  $\mathbf{E}$  — единичная матрица;  $\mathbf{L}^{-1}$  — матрица, обратная к  $\mathbf{L}$ ;  $\Delta t$  — шаг по времени.

Расчёт собственных и взаимных индуктивностей пассивных элементов производится по формуле

$$L_{ij} = \gamma \frac{\iint_{S_i} \iint_{S_j} G(r_i, z_i, r_j, z_j) dS_j dS_i}{S_i S_j}, \quad (3)$$

где  $\gamma = 0,8\pi^2$  — размерный множитель;  $i, j$  — порядковые номера элементов;  $S_i, S_j$  — площади поперечных сечений элементов  $i$  и  $j$ ,  $G(r_i, z_i, r_j, z_j)$  — функция источника, поток в точке  $(r_i, z_i)$  от кольцевого тока, расположенного в точке  $(r_j, z_j)$ :

$$G(r_i, z_i, r_j, z_j) = \sqrt{\frac{r_i r_j}{k^2}} \left[ (2 - k^2) K(k) - 2E(k) \right],$$

где  $k^2 = \frac{4r_i r_j}{(r_i + r_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$ ,

$K(k)$  и  $E(k)$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta}};$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta} d\Theta.$$

Для решения (2) необходима процедура обращения матриц. Для реализации обращения матриц была использована библиотека `alglib` [7]. Данная библиотека удобна тем, что она свободна для использования и поставляется в исходных кодах.

**Расчёт вертикальной неустойчивости плазмы.** Поскольку КТМ, как и подавляющее большинство современных установок токамак, характеризуется вытянутым сечением плазмы, сепаратрисой и наличием полоидального дивертора, то в нём (как и в других установках подобного типа) важен контроль вертикальной неустойчивости плазмы на протяжении всего разряда. Данный контроль осуществляется с помощью включения в заданные моменты времени сценария встроенного в общую систему блоков модуля TOKSTAB [8]. В основе модели, применяемой в данном коде, лежит предположение о том, что плазменный шнур движется по вертикали как твёрдое тело и распределение тока в нем и полный ток  $I_p$  не меняются. Пусть  $\xi(t)$  — малое смещение шнура от положения равновесия. Модель состоит из уравнения движения для плазмы и уравнений Кирхгофа для пассивных витков:

$$10^{-6} M \frac{d^2 \xi}{dt^2} = F'_A \xi(t) + F_1 I_1(t) + F_2 I_2(t) + \dots + F_N \cdot I_N(t) \quad (4)$$

$$L_{i1} \frac{dI_1}{dt} + \dots + L_{iN} \frac{dI_N}{dt} + R_i I_i = -I_p \frac{dL_{ip}}{d\xi} \frac{d\xi}{dt} = -\Phi_i \frac{d\xi}{dt}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Здесь  $M$  — масса шнура;  $F'_A \xi$  — сила Лоренца, возникающая при смещении шнура;  $I_k$  — наведённый ток в  $k$ -м витке;  $F_k I_k$  — возвращающая сила со стороны  $k$ -го витка;  $N$  — число витков;  $L_{ik}$  — коэффициент индукции витков, вычисляемые по формуле (3);  $R_i$  — омическое сопротивление  $i$ -го витка;  $L_{ip}$  — коэффициент взаимной индукции между  $i$ -м витком и плазменным шнуром.

Для расчёта массы плазменного шнура нами применялась формула

$$M = N_p m_p V = N_p m_p \int_0^{2\pi} \int_{S_p} r dr d\phi dz = 2\pi N_p m_p \iint_{S_p} r dS, \quad (6)$$

где  $N_p$  — концентрация (для стандартного разряда  $N_p \sim 10^{20} \text{ м}^{-3}$ ) и  $m_p$  — масса одной частицы (для водорода  $m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ). Для многокомпонентной плазмы формула переходит в сумму по сортам частиц. Формулы для коэффициентов  $F_i$ ,  $\Phi_i$  и  $F'_A$  выводятся в работе [18]:

$$F_i = \Phi_i = \iint_{S_p} j_\phi(r, z) \frac{\partial G(r, z, r_i, z_i)}{\partial z} dS; \quad F'_A = \iint_{S_p} j_\phi(r, z) \frac{\partial^2 \Psi_{\text{ext}}(r, z)}{\partial z^2} dS, \quad (7)$$

где  $\Psi_{\text{ext}}(r, z)$  — часть магнитного потока в равновесии, создаваемого внешними проводниками. В дальнейшем, после подстановок  $\xi = \xi_0 e^{y't}$ ,  $I_k = I_{k,0} e^{y't}$  задача (4)–(7) сводится к обобщённой алгебраической задаче на собственные значения, которая решается с помощью алгоритма для вычисления всех собственных значений и собственных векторов уравнения вида  $AX = \lambda BX$  — подпрограмма «AGG0R» библиотеки численного анализа НИВЦ МГУ [17]. При наличии вертикальной неустойчивости плазмы блок

выдаёт собственное значение  $\gamma$ , обладающее максимальной вещественной частью (инкремент главной неустойчивости), и величину, обратную ему — характерное время развития неустойчивости.

Блок-схема кода показана на рис. 1.

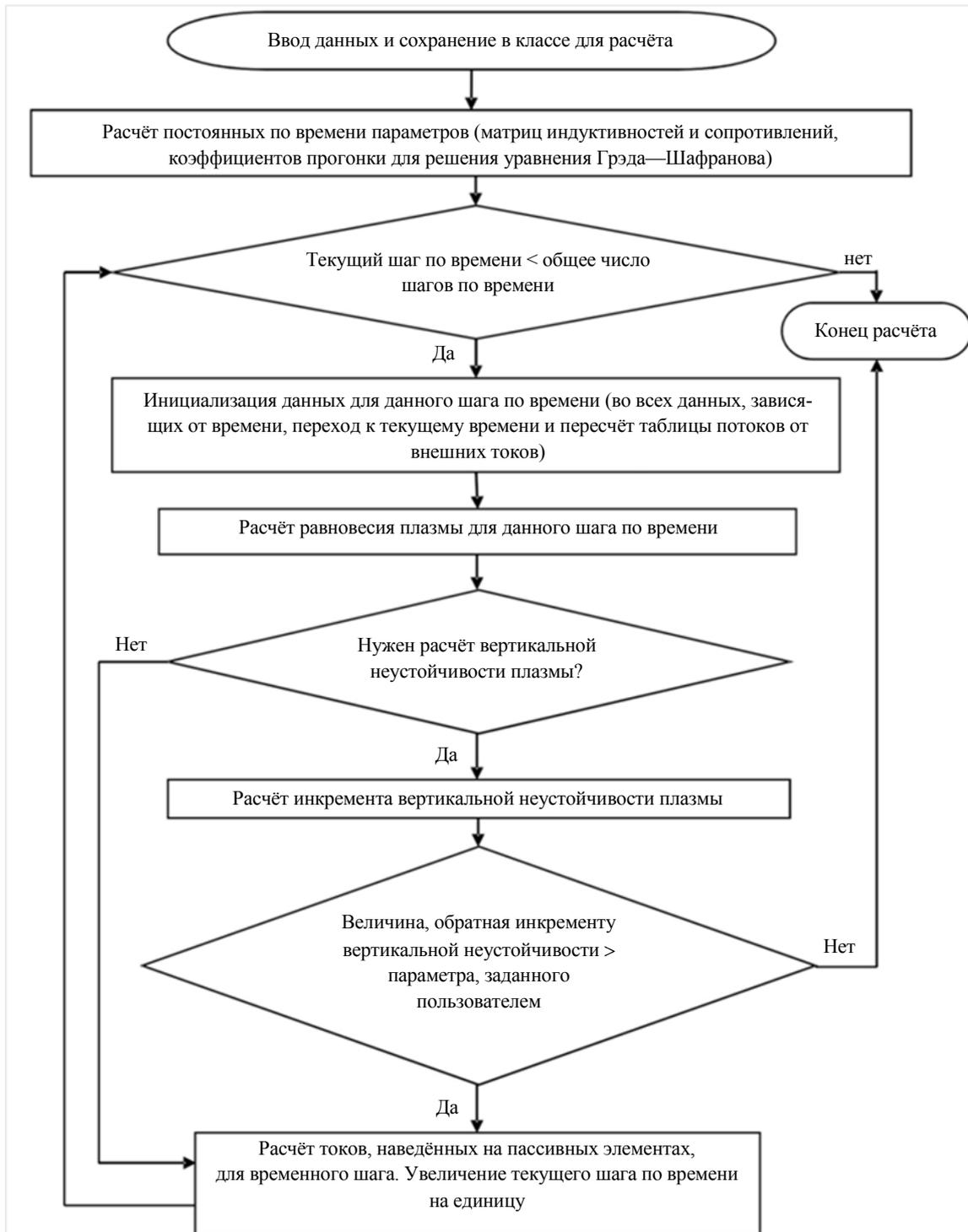


Рис. 1. Упрощённая блок-схема программы TOKSCEN

## ГРАФИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕЙС ПРОГРАММЫ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОГРАММОЙ

Графический интерфейс программы основан на оконном интерфейсе, который поддерживается большинством современных операционных систем и является наиболее популярным.

После загрузки программы отображается главное окно (рис. 2).

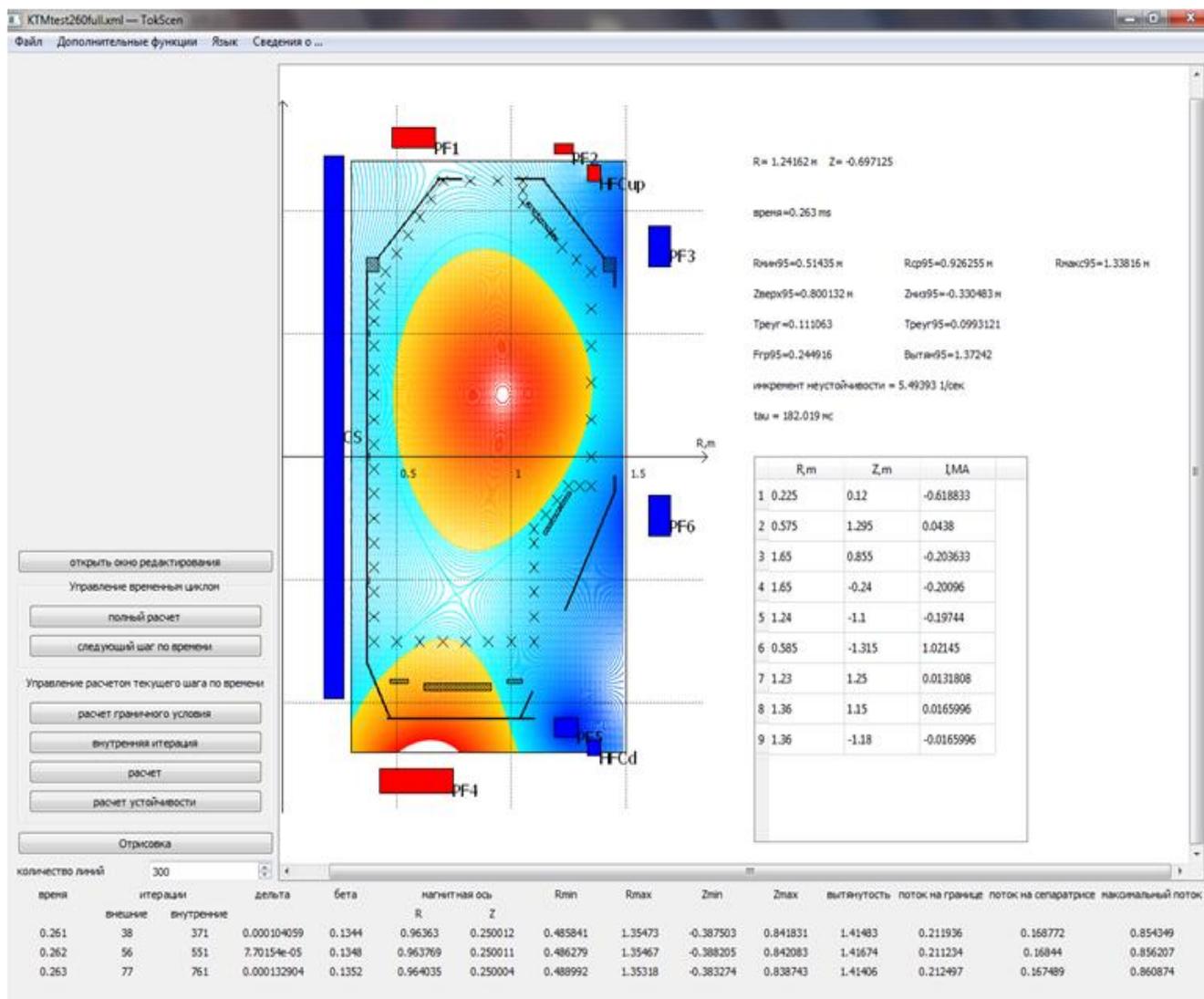


Рис. 2. Главное окно программы TOKSCEN

Рабочая область главного окна разделена на три области:

— область управления расчётами — левая часть окна, где расположены кнопки управления расчётом;

— область графического отображения — правая часть окна, где происходит отображение геометрии токамака, линий уровня рассчитанной функции потока  $\Psi(r, z)$  и различных рассчитанных данных;

— область для контроля хода расчёта — нижняя часть окна, где происходит выдача результатов расчёта последних трёх временных шагов (самая нижняя строка показывает рассчитываемое в данный момент равновесие, т.е. оно может быть не рассчитанным до конца). По результатам данных этой области можно оценить, как идёт ход расчёта и насколько быстро сходится итерационная схема.

Элементы токамака изображены следующим образом:

— активные обмотки изображены в виде прямоугольников (красного цвета — с положительным током, синего цвета — с отрицательным, зелёного цвета — с нулевым);

— пассивные элементы изображены в виде заштрихованных прямоугольников;

— лимитеры изображены в виде крестиков.

В начале любого расчёта необходимо ввести в программу набор входных данных. На рис. 3 показано окно редактирования данных. Как видно из рис. 3, входные данные сгруппированы по вкладкам.

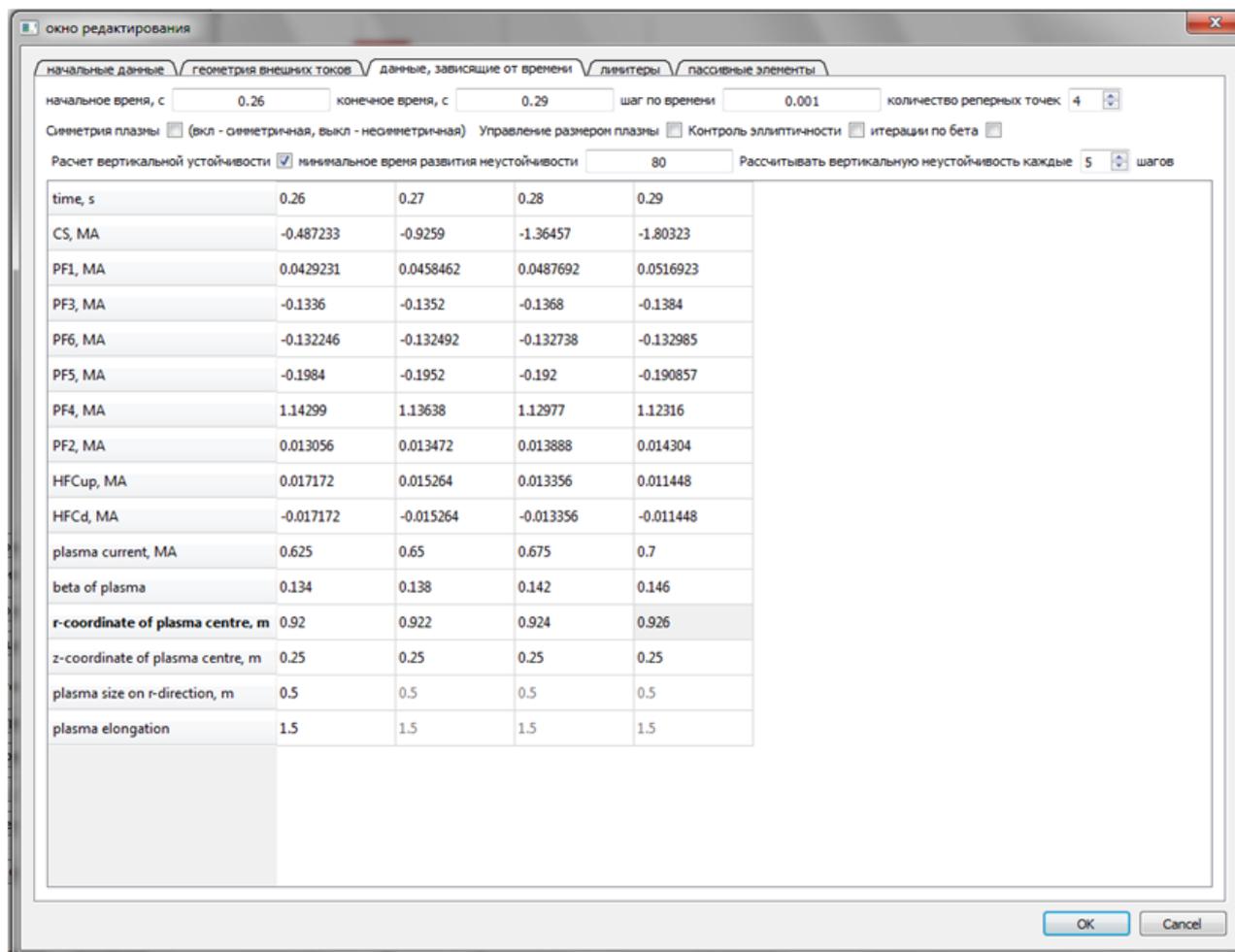


Рис. 3. Окно редактирования данных программы TOKSCEN (вкладка данных с временной зависимостью)

Необходимо ввести следующие данные:

- параметры расчётной сетки, коэффициенты обратной связи для управляющих токов и параметры функции распределения плазмы (вкладка «Initial data»);

- геометрические параметры внешних токов и их тип для управления (вкладка «external currents geometry»);

- данные, которые изменяются во времени, такие, как токи плазмы и внешних обмоток, геометрические параметры плазмы и бета плазмы (вкладка «time depended data»). Также указывается то, какие виды управления должны обрабатываться программой. Необходимо указать, нужен ли расчёт вертикальной неустойчивости плазмы. Если да, то следует задать минимальное допустимое значение времени развития неустойчивости, и как часто нужно выполнение данного расчета;

- параметры лимитера и пассивных элементов (вкладки «limiters» и «passive elements»).

В меню «additional functions» можно вызвать просмотр таблицы индуктивностей для пассивных элементов и графиков токов, наведённых на них. Также можно просмотреть 3D-графики распределений тока плазмы и потока магнитного поля.

Есть возможность сохранения текущей конфигурации в файл формата \*.xml. В файл сохраняются все исходные данные и данные, полученные при расчёте на данном временном шаге (таблицы потоков от плазмы, внешних обмоток и пассивных элементов, геометрические параметры плазмы и др.). При загрузке параметров из файла расчёт будет продолжаться с момента, когда было произведено сохранение.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

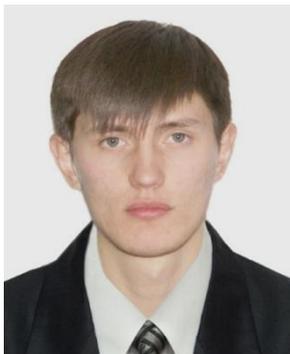
В статье представлен расчётный код эволюции плазмы в токамаке. Данный код позволяет рассчитывать движение плазмы в магнитном поле установки токамак при известном распределении тока в плазме и заданных функциях изменения токов в обмотках в зависимости от времени. Расчёт заключается в последовательном решении серии квазистационарных равновесий плазмы с учётом динамических эффектов, которые возникают при переходе от равновесия к равновесию.

Программа обладает удобным и понятным интерфейсом. Графический интерфейс был разработан при помощи библиотек  $Qt$ , которые свободно распространяются под лицензией GNU LGPL 2.1 и являются кросс-платформенными.

Описанная версия кода может использоваться для расчёта сценариев на токамаках с вытянутым сечением плазменного шнура, в том числе на T-15 и на КТМ. Данный код обладает двумя отличительными особенностями. Во-первых, возможен расчёт и анализ влияния токов, наводимых на элементах конструкции, что весьма важно для проработки ранней стадии сценариев разряда. Во-вторых, данная версия благодаря высокой скорости расчётов позволяет оперативно проводить анализ сценариев разряда и отбраковывать те из них, которые являются неприемлемыми ввиду слишком быстрого развития вертикальной неустойчивости плазмы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

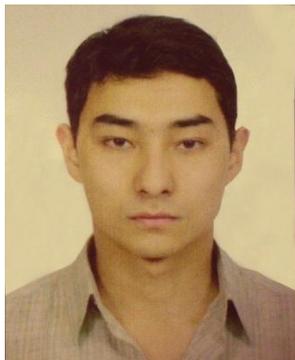
1. **Сычугов Д.Ю.** Код для расчёта МГД-равновесия TOKAMEQ (модуль Библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2008, вып. 4, с. 85—89.
2. **Вознесенский В.А., Гасилов Н.А., Днестровский Ю.Н., Кузнецов А.Б., Сычугов Д.Ю., Цаун С.В.** TOKAMEQ — код для расчёта равновесия плазмы в токамаке. — М.: РНЦ «Курчатowski институт», 2001.
3. **Сычугов Д.Ю., Шаповалов Г.В., Волынкина Ю.В., Садыков А.Д., Чектыбаев Б.Ж., Шпилов Д.В., Шумайлова О.Н.** Численное моделирование омического сценария разряда в токамаке КТМ. — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2010, вып. 1, с. 38—45.
4. **Сычугов Д.Ю., Шаповалов Г.В., Садыков А.Д., Чектыбаев Б.Ж., Шумайлова О.Н.** Численное исследование вертикальной неустойчивости плазмы в токамаке КТМ. — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2011, вып. 3, с. 88—92.
5. **Belov A.G., Zotov I.V., Sychugov D.Yu., Shapovalov G.V., Sadykov A.D., Chektybaev B.Zh.** Analysis of magnetic diagnostic in the KTM tokamak. — 39 EPS/ICPP conf. on Plasma Physics. Stockholm, Sweden, 2012, P5.053.
6. **Белов А.Г., Зотов И.В., Сычугов Д.Ю., Шаповалов Г.В., Садыков А.Д., Чектыбаев Б.Ж.** Анализ системы магнитной диагностики токамака КТМ. — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2012, вып. 4, с. 87—91.
7. **Интернет-сайт библиотеки alglib:** <http://alglib.sources.ru>.
8. **Сычугов Д.Ю., Амелин В.В., Гасилов Н.А.** Модуль TOKSTAB (модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2010, вып. 3, с. 46—49.
9. **Bondarchuk E.N., Dnestrovskii Yu.N., Leonov V.M., Maksimova I.I., Sychugov D.Yu., Tsaun S.V., Voznesesky V.A.** Vertical MHD stability of the T15-M tokamak plasma. — Plasma Devices and Operations, December 2003, vol. 11, № 4, p. 219—227.
10. **Какурин А.М., Леонов В.М., Ноткин Г.Е., Хвостенко П.П., Цаун С.В., Бондарчук Э.Н., Васильев В.И., Минеев А.Б., Максимова И.И., Амелин В.В., Гасилов Н.А., Сычугов Д.Ю.** Основные сценарии разряда токамака T-15M. — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2005, вып. 4, с.53—75.
11. **Khayrutdinov R.R., Lukash V.E.** Studies of Plasma Equilibrium and Transport in a Tokamak Fusion Device with the Inverse-Variable Technique. — J. Comput. Physics, 1993, vol. 109, p. 193—201.
12. **Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р.** Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака. — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2004, вып. 1, с. 40—49.
13. **Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р.** Программа расчета МГД равновесия плазмы в токамаке DINA-SVD (Модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2008, вып. 3, с. 87—89.
14. **Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р.** Модуль «DINA-EqDsk» (Модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2009, вып. 3, с. 64—66.
15. **Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р.** Модуль DINA-TRANSP (Модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2010, вып. 3, с. 50—54.
16. **Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р.** «DINA-FIT» (Модуль библиотеки программ «Виртуальный токамак»). — ВАНТ. Сер. Термоядерный Синтез, 2011, вып. 3, с. 93—96.
17. **Интернет-сайт библиотеки AGG0R:** [http://num-anal.srcc.msu.ru/lib\\_na/cat/cat575.htm](http://num-anal.srcc.msu.ru/lib_na/cat/cat575.htm).
18. **Сычугов Д.Ю., Амелин В.В., Гасилов Н.А., Цаун С.В.** Численное исследование вертикальной неустойчивости плазмы в токамаке при конечной проводимости стабилизирующих элементов. — Вестник МГУ. Сер. 15 «Вычислительная математика и кибернетика», 2004, № 4, с. 27—32.



Ануар Даулетович Садыков,  
инженер; Институт атомной  
энергии НЯЦ РК, 071100,  
г. Курчатова, ул. Красноар-  
мейская, д. 10, Казахстан



Геннадий Владимирович  
Шаповалов, начальник отдела;  
Институт атомной энергии  
НЯЦ РК, 071100,  
г. Курчатова, ул. Красноар-  
мейская, д. 10, Казахстан  
Shapovalov@nnc.kz



Бауржан Жамбулович  
Чектыбаев, инженер;  
Институт атомной энергии  
НЯЦ РК, 071100,  
г. Курчатова, ул. Красноар-  
мейская, д. 10, Казахстан  
Chektybaev@nnc.kz



Дмитрий Юрьевич Сычугов,  
доцент, к.ф.-м.н.; МГУ им.  
М.В. Ломоносова, факультет  
ВМиК, 119992, Москва,  
Ленинские горы, Россия  
sychugov@cs.msu.ru



Низами Арастун оглы  
Гасилов, с.н.с., к.ф.-м.н.;  
Университет Башкент,  
Анкара, 06810, Турция  
gasilov@baskent.edu.tr

Статья поступила в редакцию 14 августа 2013 г.  
Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Термоядерный синтез, 2013, вып. 4, с. 94—101.